

## II tura - 2015/2016

(Zadanie zaproponowane przez Instytut Matematyki Politechniki Śląskiej)

### Zadanie 1.

Znajdź wszystkie pary  $(x, y)$  liczb całkowitych spełniających układ równań

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2^x + 3^y = 25 \end{cases}$$

Treści zadań o numerach 2, 3, 4 za zgodą Wydawnictwa Pedagogicznego "OPERON"



**Zadanie 2.** Na prostokącie o bokach  $a$  i  $b$  opisano okrąg. Udowodnij, że suma kwadratów odległości każdego punktu tego okręgu od prostych zawierających boki tego prostokąta jest równa  $a^2 + b^2$ .

**Zadanie 3.** Rozstrzygnij, czy istnieją funkcje  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  i  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  takie, że  $f(x) + g(y) = x^2 + xy + y^2$  dla wszystkich liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$ .

**Zadanie 4.** Przedstaw w najprostszej postaci wyrażenie

$$\frac{x^4 - (x-1)^2}{(x^2+1)^2 - x^2} + \frac{x^2 - (x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2 - 1} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{x^4 - (x+1)^2}$$

### Przypominamy!!!

- Uczniowie rozpoczynający udział w konkursie zobowiązani są dołączyć do rozwiązań zgłoszenie!
- Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na **osobnej kartce A-4**.
- Każda kartka powinna być podpisana **imieniem i nazwiskiem**.
- Prosimy o **niezsywanie** kartek z rozwiązaniami.
- Wzór zgłoszenia oraz inne informacje na stronie: <http://math.zso10.gliwice.pl/>

**Zadania II tury należy rozwiązać do 16 grudnia 2015r.**

Rozwiązania należy dostarczyć do sekretariatu I Liceum Ogólnokształcącego w Gliwicach  
ul. Zimnej Wody 8

Sponsorem nagrody jest



Śląska Sieć  
Metropolitalna  
Sp. z o.o.